III. LABORATÓRNE CVIČENIE

MERANIE MOMENTU ZOTRVAČNOSTI METÓDOU FYZIKÁLNEHO KYVADLA

**Úvod**

Cieľom tejto laboratórnej úlohy je určiť moment zotrvačnosti telesa komplikovaného tvaru (ložiska) metódou fyzikálneho kyvadla a stanoviť neistotu merania.

**Teoretický úvod**

Moment zotrvačnosti telesa vzhľadom na os rotácie je daný výrazom:

kde je vzdialenosť hmotnostného elementu od osi rotácie. Moment zotrvačnosti sa v technickej praxi často zisťuje experimentálne, pričom jednou z metód je použitie fyzikálneho kyvadla. Fyzikálne kyvadlo je teleso konečných rozmerov, ktoré vykonáva periodický kmitavý pohyb okolo osi, ktorá neprechádza jeho ťažiskom. Perióda pohybu fyzikálneho kyvadla je:

kde m je hmotnosť telesa, je tiažové zrýchlenie a je vzdialenosť osi rotácie od ťažiska.

**Experimentálna časť**

**Prístroje a pomôcky**

* Ložisko
* Stopky
* Váhy
* Posuvné meradlo
* Oceľové meradlo

**Postup práce**

1. Vážením zistite hmotnosť mmm telesa (ložiska) a určte (neistota typu B).
2. Odmerajte priemer ložiska (5-krát) a hodnoty zapíšte do tabuľky 1.
3. Vzdialenosť osi rotácie od ťažiska vypočítajte ako rozdiel polovice vonkajšieho priemeru ložiska a vzdialenosti osi rotácie od vonkajšieho obvodu ložiska. Výsledky zapíšte do tabuľky 2.
4. Stopkami odmerajte 10-krát dobu 50 kmitov telesa (ložiska) a zapíšte do tabuľky 3.
5. Pre každé z týchto meraní určte dobu jedného kmitu telesa a zapíšte do tabuľky 3.
6. Do vzťahu na výpočet momentu zotrvačnosti telesa:  
      
   dosaďte za dobu kmitu telesa aritmetický priemer zo všetkých meraní .
7. Pri vychýlení telesa z rovnovážnej polohy dbajte na to, aby výchylky boli malé ().
8. Moment zotrvačnosti telesa vzhľadom na os prechádzajúcu ťažiskom vypočítajte pomocou vzťahu:

**Namerané hodnoty**

**Tabuľka 1: Namerané hodnoty vonkajšieho priemeru ložiska**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **i** | **d (mm)** | **Δd (mm)** |  |
| 1 | 1498 | -2 | 4 |
| 2 | 1500 | 0 | 0 |
| 3 | 1499 | -1 | 1 |
| 4 | 1503 | 3 | 9 |
| 5 | 1500 | 0 | 0 |
| Σ | 7500 | 0 | 14 |

**Výpočty**

1. **Aritmetický priemer priemeru ložiska** :
2. **Odchýlka i-teho merania ​**:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **i** | **d (mm)** | **Δd (mm)** |
| 1 | 1498 | -2 |
| 2 | 1500 | 0 |
| 3 | 1499 | -1 |
| 4 | 1503 | 3 |
| 5 | 1500 | 0 |

1. **Kvadrát odchýlky i-teho merania** :

Použijeme riadok 2 a 3  
 (i = 2, Δd = 0):   
 (i = 3, Δd = -1):

|  |  |
| --- | --- |
| **i** | **)** |
| 1 | 4 |
| 2 | 0 |
| 3 | 1 |
| 4 | 9 |
| 5 | 0 |
| Σ | 14 |

1. **Neistota merania priemeru ložiska – priame meranie – neistota typu A** :
2. **Neistota merania priemeru ložiska – priame meranie – neistota typu B :**
3. **Celková neistota:**
4. **Relatívna neistota meranej veličiny v % ​**:

**Tabuľka 2: Namerané hodnoty vzdialenosti z osi rotácie od vonkajšieho obvodu ložiska**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **i** | **z (mm)** | **Δz (mm)** |  |
| 1 | 450 | 0 | 0 |
| 2 | 448 | -2 | 4 |
| 3 | 450 | 0 | 0 |
| 4 | 451 | 1 | 1 |
| 5 | 451 | 1 | 1 |
| Σ | 225 | 0 | 6 |

**Výpočty**

1. **Aritmetický priemer vzdialenosti** :
2. **Odchýlka i-teho merania ​**:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **i** | **z (mm)** | **Δz (mm)** |
| 1 | 450 | 0 |
| 2 | 448 | -2 |
| 3 | 450 | 0 |
| 4 | 451 | 1 |
| 5 | 451 | 1 |

1. **Kvadrát odchýlky i-teho merania** :

Použijeme riadok 2 a 3  
 (i = 2, Δz = -2):   
 (i = 3, Δz = 0):

|  |  |
| --- | --- |
| **i** |  |
| 1 | 0 |
| 2 | 4 |
| 3 | 0 |
| 4 | 1 |
| 5 | 1 |
| Σ | 6 |

1. **Neistota merania vzdialenosti od osi rotácie – priame meranie – neistota typu A** :
2. **Neistota merania vzdialenosti od osi rotácie – priame meranie – neistota typu B**
3. **Celková neistota**
4. **Relatívna neistota meranej veličiny v %**:

**Vzdialenosť osi rotácie od ťažiska ložiska:**

Použijeme hodnoty:

**Neistota merania vzdialenosti osi rotácie od ťažiska ložiska :**

Hodnoty:

Dosadenie:

správne

Parciálne derivácie:

Použijeme hodnoty:

**Relatívna neistota merania vzdialenosti osi rotácie od ťažiska ložiska ​:**

Použijeme hodnoty:

**Tabuľka 3: Doba T50 kmitov a jedného kmitu T ložiska**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **i** | **T50 (s)** | **T50/50 (s)** |  |  |
| 1 | 37.31 | 0.7462 | 6.2 | 38.44 |
| 2 | 37.07 | 0.7414 | 1.4 | 1.96 |
| 3 | 37.13 | 0.7426 | 2.6 | 6.76 |
| 4 | 36.97 | 0.7394 | -0.6 | 0.36 |
| 5 | 36.94 | 0.7388 | -1.2 | 1.44 |
| 6 | 36.94 | 0.7388 | -1.2 | 1.44 |
| 7 | 37.09 | 0.7418 | 1.8 | 3.24 |
| 8 | 36.94 | 0.7388 | -1.2 | 1.44 |
| Σ | 296.39 | 5.9278 | 7.8 | 55.08 |

**Výpočty**

1. **Aritmetický priemer doby jedného kmitu** :
2. **Odchýlka i-teho merania ​**:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **i** | **T50 (s)** | **T50/50 (s)** |  |
| 1 | 37.31 | 0.7462 | 6.2 |
| 2 | 37.07 | 0.7414 | 1.4 |
| 3 | 37.13 | 0.7426 | 2.6 |
| 4 | 36.97 | 0.7394 | -0.6 |
| 5 | 36.94 | 0.7388 | -1.2 |
| 6 | 36.94 | 0.7388 | -1.2 |
| 7 | 37.09 | 0.7418 | 1.8 |
| 8 | 36.94 | 0.7388 | -1.2 |

1. **Kvadrát odchýlky i-teho merania** :

Použijeme riadok 2 a 3  
 (i = 2, ΔT = 0.0014):

(i = 3, ΔT = 0.0026):

|  |  |
| --- | --- |
| **i** |  |
| 1 | 38.44 |
| 2 | 1.96 |
| 3 | 6.76 |
| 4 | 0.36 |
| 5 | 1.44 |
| 6 | 1.44 |
| 7 | 3.24 |
| 8 | 1.44 |
| Σ | 54.08 |

1. **Neistota merania doby kmitu – priame meranie – neistota typu A δT**:
2. **Relatívna neistota meranej veličiny v % ​**:

**Výpočet momentu zotrvačnosti**

Kde:

**Výpočet neistoty momentu zotrvačnosti δJ**

Kde:

### Výpočet relatívnej neistoty momentu zotrvačnosti ​

**Záver**

Cieľom tejto práce bolo určiť moment zotrvačnosti ložiska metódou fyzikálneho kyvadla a stanoviť neistotu merania. Na základe vykonaných meraní a výpočtov boli dosiahnuté nasledujúce výsledky:

1. **Moment zotrvačnosti J**:
2. **Neistota momentu zotrvačnosti δJ**:
3. **Relatívna neistota momentu zotrvačnosti ​**:

Výsledky meraní sú v súlade s teoretickými predpokladmi, pričom relatívna neistota merania je veľmi nízka, čo svedčí o vysokej presnosti experimentu.

Hlavné zdroje neistoty zahŕňajú neistotu merania doby kmitu, neistotu merania hmotnosti a neistotu merania vzdialenosti osi rotácie od ťažiska. Tieto zdroje chýb boli minimalizované starostlivým meraním a použitím presných prístrojov.

Pre ďalšie zlepšenie presnosti meraní by bolo možné použiť presnejšie stopky s menšou neistotou merania doby kmitu, kalibrované váhy s nižšou neistotou merania hmotnosti a presnejšie meracie prístroje na určovanie vzdialenosti osi rotácie od ťažiska.